

Roll No.

E-3628

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2021

(Old Course)

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) निम्नलिखित फलन के मूलबिन्दु पर सांतत्य की जाँच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

P. T. O.

Test the following function for continuity at origin :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

(ब) यदि :

$$y = \sin (m \sin^{-1} x)$$

तो दर्शाइये कि :

$$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$$

और इससे निगमन कीजिए कि :

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)y_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0.$$

If :

$$y = \sin (m \sin^{-1} x)$$

then show that :

$$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$$

and deduce from it that :

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)y_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0.$$

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$\log \cosh x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{1^2} + \frac{x^6}{4^5} + \dots$$

Show that :

$$\log \cosh x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{1^2} + \frac{x^6}{4^5} + \dots$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) निम्नलिखित वक्र की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$(x^2 - y^2)(y^2 - 4x^2) - 6x^3 + 5x^2y + 3xy^2 - 2y^3 - x^3 + 3xy - 1 = 0.$$

Find the asymptotes of the following curve :

$$(x^2 - y^2)(y^2 - 4x^2) - 6x^3 + 5x^2y + 3xy^2 - 2y^3 - x^3 + 3xy - 1 = 0.$$

- (ब) सिद्ध कीजिए कि हृदयाभ $r = a(1 - \cos \theta)$ के किसी बिन्दु (r, θ) पर वक्रता त्रिज्या $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$ होती है।

Prove that radius of curvature at any point (r, θ) of cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$ is $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$.

- (स) वक्र $y^2(a^2 + x^2) = x^2(a^2 - x^2)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^2(a^2 + x^2) = x^2(a^2 - x^2)$.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{(1-2x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

Evaluate :

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{(1-2x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

- (ब) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ और रेखा $x + y = a$ (प्रथम चतुर्थांश में) के मध्य स्थित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area included between the circle $x^2 + y^2 = a^2$ and the line $x + y = a$ (in the first quadrant).

- (स) हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ का प्रारंभिक रेखा के परितः परिक्रमण कराने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

The cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ revolves about the initial line, find the volume of solid thus generated.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$x(1-x^2)ydy + (2x^2y - y - ax^3)dx = 0$$

Solve :

$$x(1-x^2)ydy + (2x^2y - y - ax^3)dx = 0$$

(ब) हल कीजिए :

$$y^2 \log y = xyp + p^2$$

Solve :

$$y^2 \log y = xyp + p^2$$

(स) वक्र कुल $y = e^{a\theta}$ के लंबकोणीय संछेदियों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find orthogonal trajectories of the family of curve

$$y = e^{a\theta}.$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) हल कीजिए :

$$(x+2) \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x+5) \frac{dy}{dx} + 2y = (x+1)e^x$$

Solve :

$$(x+2) \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x+5) \frac{dy}{dx} + 2y = (x+1)e^x$$

(ब) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$$

(स) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{2}{t}(x - y) = 1$$

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{t}(x + 5y) = t .$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{2}{t}(x - y) = 1$$

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{t}(x + 5y) = t .$$